第1回ベネッセ・駿台　大学入学共通テスト模試

実施結果を踏まえた共通テスト対策指導のご提案

株式会社ラーンズ

数学Ⅰ・A　**第4問(3) キ～コ、サ**

【出典】 問題・集計結果データともに、2021年度「第1回ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試」より。

考察の過程を振り返って結果を活用する問題で、各学力層で差がついた

Nの正の約数の総和がNの2倍になるような自然数Nを「完全数」という。

(1) pを素数とすると，pの正の約数の総和は $\boxed{\text{ア}}$ であるから，素数が「完全数」となることはない。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ 1　① p　② $p+1$　③ $2p+1$

(2) 6が「完全数」であることは，6の正の約数が1，2，3，6であり，

$$1+2+3+6=12=2\times 6$$

であることからわかる。

また，$6=2\times 3$ より，6は異なる二つの素数2，3の積で表される。同じように異なる二つの素数の積で表される自然数で，「完全数」となるものがあるかどうか考えてみよう。

q，rを異なる素数とし，$q<r$ とする。このとき，qrの正の約数の総和は $\boxed{\text{イ}}$ であるから，$\boxed{\text{イ}}=2qr$ を変形すると

$$(q-\boxed{\text{ウ}})(r-\boxed{\text{エ}})=\boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。

これを解くと，$(q,\ r)=(2,\ 3)$ であるから異なる二つの素数の積の「完全数」は6しか存在しないことがわかる。

また，6の正の約数の逆数の総和は $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

⓪ $1-q-r+qr$　① $1+q+r+qr$

② $1-2q-2r+qr$　③ $1+2q+2r+qr$

(3) Nの正の約数の総和がNの3倍になるような自然数Nを「3倍完全数」という。

q，rを異なる素数とし，$q<r$ とする。このとき，qrが「3倍完全数」となることがあるかを考えてみよう。

qrが「3倍完全数」となる条件は，$\boxed{\text{イ}}=3qr$ である。これを変形すると

$$(\boxed{\text{キ}}q-\boxed{\text{ク}})(\boxed{\text{ケ}}r-\boxed{\text{コ}})=3$$

であるが，これを満たす素数q，rは存在しない。

よって，異なる二つの素数の積の「3倍完全数」は存在しないことがわかる。

また，120は「3倍完全数」であることが知られている。120の正の約数の逆数の総和は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(4) Nの正の約数の総和がNの2倍より大きくなるような自然数Nを「過剰数」という。

s，tを異なる素数とし，s^2tが「過剰数」となるときのs，tを求めよう。

s^2tが「過剰数」となる条件は

$$t(\boxed{\text{シ}})<\boxed{\text{ス}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots①$$

である。

また，$t\geqq 2$，$\boxed{\text{シ}}>0$ であるから

$$2(\boxed{\text{シ}})\leqq t(\boxed{\text{シ}})$$

が成り立つ。

①を満たす異なる素数s，tの組は全部で $\boxed{\text{セ}}$ 組あり，そのうち，tが最も大きいものは

$$(s,\ t)=(\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}})$$

である。

$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ s^2+s+1　① s^2+s-1　② s^2+2s-1

③ s^2-s+1　④ s^2-s-1　⑤ s^2-2s-1

第4問(3) キ～コ

正解率	**30.9%**
SS65～70	93.7%
SS60～65	69.4%
SS55～60	44.1%
SS50～55	25.3%
SS45～50	12.8%

第4問(3) サ

正解率	**46.0%**
SS65～70	96.6%
SS60～65	83.8%
SS55～60	64.4%
SS50～55	47.2%
SS45～50	32.1%

2021年度第1回ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試「数学Ⅰ・A」

受験者数：	282,014人
平均点：	56.6点
標準偏差：	20.4

実施結果を踏まえた共通テスト対策指導のご提案

数学Ⅰ・A

第４問(3) キ～コ、サ

考察の過程を振り返って結果を活用する問題で、各学力層で差がついた

結果分析

第4問(3)の［キ～コ］、［サ］は、それぞれ2元2次不定方程式の式変形と、正の約数の逆数の総和を求める問題です。**(2)の結果や考え方を発展的に拡張させられたかどうかで、各学力層で差がつきました。**

不定方程式の式変形では、qrの係数を調整して(2)の変形に帰着させること、また、正の約数の逆数の総和については、通分したときの分子が120の正の約数の総和であることを見抜くことがポイントになります。**初見の定義を正確に把握したり、(2)で「完全数」について考察した考え方を「3倍完全数」に発展的に拡張したりする力がまだ十分に身についていないことがわかります。**

指導のご提案

整数に関する基礎的な解法はかなり定着してきていますが、**概念が新しく定義された場合の対応力や、前問の考察の過程を振り返って方針を立てる構想力については意識して身につけていく必要があります。**

共通テストでも、初見の題材などにおいて定義を素早く理解したり、提示された方針の意味をつかんで考えたり、考察の過程を振り返って結果や問題の見方・考え方を拡張したりする力が問われることが予想されます。

これからの2か月半で、パターン化されていない初見の問題にも積極的に取り組み概念や定義を素早く理解する練習や、前問の結果や考え方の利用を意識した演習が大切です。

実戦形式の類題演習のご提案ページへ