大学入学共通テスト
出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

数学Ⅱ・B　第１問〔２〕（４）

考察過程を振り返って、得られた結果を他の事象に活用する設問

(3)　次に，太郎さんは (2) の考察をもとにして

$t > \frac{1}{t}$ ……………………………… ③

を満たす実数 t $(t \neq 0)$ の値の範囲を求めた。

太郎さんの考察

$t > 0$ ならば，③ の両辺に t を掛けることにより，$t^2 > 1$ を得る。このような t $(t > 0)$ の値の範囲は $1 < t$ である。

$t < 0$ ならば，③ の両辺に t を掛けることにより，$t^2 < 1$ を得る。このような t $(t < 0)$ の値の範囲は $-1 < t < 0$ である。

この考察により，③ を満たす t $(t \neq 0)$ の値の範囲は

$-1 < t < 0, \ 1 < t$

であることがわかる。

ここで，a の値を一つ定めたとき，不等式

$\log_a b > \log_b a$ ……………………………… ④

を満たす実数 b $(b > 0, \ b \neq 1)$ の値の範囲について考える。

④ を満たす b の値の範囲は，$a > 1$ のときは $\boxed{チ}$ であり，$0 < a < 1$ のときは $\boxed{ツ}$ である。

$\boxed{チ}$ の解答群

⓪ $0 < b < \frac{1}{a}, \ 1 < b < a$	① $0 < b < \frac{1}{a}, \ a < b$
② $\frac{1}{a} < b < 1, \ 1 < b < a$	③ $\frac{1}{a} < b < 1, \ a < b$

$\boxed{ツ}$ の解答群

⓪ $0 < b < a, \ 1 < b < \frac{1}{a}$	① $0 < b < a, \ \frac{1}{a} < b$
② $a < b < 1, \ 1 < b < \frac{1}{a}$	③ $a < b < 1, \ \frac{1}{a} < b$

(4)　$p = \frac{12}{13}$，$q = \frac{12}{11}$，$r = \frac{14}{13}$ とする。

次の⓪～③のうち，正しいものは $\boxed{テ}$ である。

$\boxed{テ}$ の解答群

⓪ $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$

① $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$

② $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$

③ $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$

テ：2

2022年度大学入学共通テスト
「数学Ⅱ・B」
受験者数：　321,691人
平均点：　43.06点
標準偏差：　17.05

【出典】 問題・データとも、2022年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和4年度大学入学共通テスト 実施結果の概要」（令和4年2月7日公表）のものです。

株式会社ラーンズ

数学Ⅱ・B　第１問〔２〕（４）

考察過程を振り返って、得られた結果を他の事象に活用する設問

出題の特徴

底と真数を入れ替えた2つの対数の大小関係から導いた「底と真数の大小関係」の条件を、具体的な事象に活用する問題でした。⑶で、aと1との大小で場合分けをして、不等式が成り立つようなbの値の範囲を求めているので、⑷では、pと1との大小を確認して、q、rそれぞれの値が、不等式が成り立つような範囲にあるかどうかを調べればよいことになります。
考察した結果の意味を正しく理解し、何を調べればよいかという方針を立てられたかどうかで差がついたと考えられます。

指導のご提案

共通テストでは、考察で得られた結果を他の事象に活用できるかどうかが問われます。特に、考察過程を振り返って、その過程や結果から何がいえるのかを考えることが求められます。
前設問で得られた結果を活用して考える問題や、探究考察場面が設定された問題などを通して、**誘導の意味をつかむことを意識して取り組んだり**、求値問題においても、結果を一般化したり、さらにそれを基に他の具体的な事象について考えるなど、**振り返って発展的に考える力が問われる問題に取り組むことが大切**です。

教材のご紹介

教材のご紹介…「2023共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B」

考察過程を振り返って、得られた結果を活用する設問

第2回 第1問〔1〕

〔1〕 関数 $f(x)=\sin(x+1)+\cos(x-1)\ (0 \leqq x < 2\pi)$ とする。

式変形して，$f(x)$ が最大値をとるときの x の値について考えてみよう。

加法定理を用いて，$f(x)$ を変形すると

$$f(x)=(\boxed{ア})\times(\boxed{イ}) \qquad \cdots\cdots(*)$$

となるから，三角関数の合成を用いると，$f(x)$ が最大値をとるときの x の値は $\boxed{ウ}$ である。

$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ $\sin 1+\cos 1$	① $\sin 1-\cos 1$	② $-\sin 1+\cos 1$	③ $-\sin 1-\cos 1$

$\boxed{イ}$ の解答群

⓪ $\sin x+\cos x$	① $\sin x-\cos x$	② $-\sin x+\cos x$	③ $\sin x\cos x$

$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ $\frac{\pi}{6}$	① $\frac{\pi}{5}$	② $\frac{\pi}{4}$	③ $\frac{\pi}{3}$	④ $\frac{\pi}{2}$

次に，方程式 $\sin 3x+\cos x=0\ (0 \leqq x < 2\pi)$ ……① の解について調べてみよう。

$3x$ と x に着目して $(*)$ と同様に変形すると

$$\sin 3x+\cos x=2\,\boxed{エ}$$

となる。

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪ $\sin 3x\sin x$	① $\sin 2x$
② $\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$	③ $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$
④ $\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$	⑤ $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

したがって，方程式①の解のうち，小さい方から3番目の値は $x=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\pi$ である。

解答解説

理解の助けとなる詳しい解説

$f(x)$の式変形の結果から

$$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$$
$$=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin\beta+\cos\beta)$$

となるので，この式に $\alpha=2x$，$\beta=x$ を代入してもよい。

ATTENTION！

方程式や不等式を解くときに，文字のとり得る値の範囲には要注意！

$2x+\frac{\pi}{4}$ のように x の係数が1でないときはミスが出やすい。

解答を求めるための注意点を解説

定価980円（税込み）

2023版は6月発刊予定で、4月から見本請求の受け付けを開始します。

誌面・収録回は2022版のものです。

3

大学入学共通テスト
出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

株式会社ラーンズ

数学Ⅱ・B　　**第４問（１）カ、キ、ク**

長文から素早く条件を読み取り、成り立つ関係を立式する設問

以下のように，歩行者と自転車が自宅を出発して移動と停止を繰り返している。歩行者と自転車の動きについて，数学的に考えてみよう。

自宅を原点とする数直線を考え，歩行者と自転車をその数直線上を動く点とみなす。数直線上の点の座標が y であるとき，その点は位置 y にあるということにする。また，歩行者が自宅を出発してから x 分経過した時点を時刻 x と表す。歩行者は時刻 0 に自宅を出発し，正の向きに毎分 1 の速さで歩き始める。自転車は時刻 2 に自宅を出発し，毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。自転車が歩行者に追いつくと，歩行者と自転車はともに 1 分だけ停止する。その後，歩行者は再び正の向きに毎分 1 の速さで歩き出し，自転車は毎分 2 の速さで自宅に戻る。自転車は自宅に到着すると，1 分だけ停止した後，再び毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。これを繰り返し，自転車は自宅と歩行者の間を往復する。

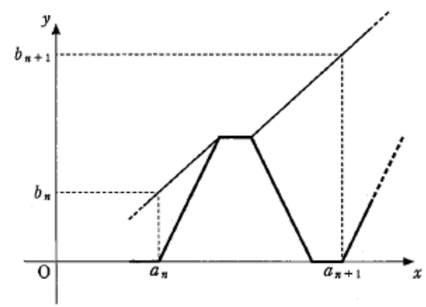
$x = a_n$ を自転車が n 回目に自宅を出発する時刻とし，$y = b_n$ をそのときの歩行者の位置とする。

(1)　花子さんと太郎さんは，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を求めるために，歩行者と自転車について，時刻 x において位置 y にいることを O を原点とする座標平面上の点 $(x,\ y)$ で表すことにした。

（数学Ⅱ・数学B第４問は次ページに続く。）

（途中省略）

自転車が n 回目に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は $(a_n,\ 0)$ であり，そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は $(a_n,\ b_n)$ である。よって，n 回目に自宅を出発した自転車が次に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は，a_n，b_n を用いて，$(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}})$ と表せる。



（途中省略）

以上から，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ について，自然数 n に対して，関係式

$$a_{n+1} = a_n + \boxed{\text{カ}}\,b_n + \boxed{\text{キ}} \quad \cdots\cdots ①$$

$$b_{n+1} = 3b_n + \boxed{\text{ク}} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つことがわかる。まず，$b_1 = 2$ と②から

$$b_n = \boxed{\text{ケ}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を得る。この結果と，$a_1 = 2$ および①から

$$a_n = \boxed{\text{コ}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

がわかる。

カ、キ：2、2　ク：1

2022年度大学入学共通テスト「数学Ⅱ・B」	
受験者数：	321,691人
平均点：	43.06点
標準偏差：	17.05

【出典】 問題・データとも、2022年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和4年度大学入学共通テスト 実施結果の概要」（令和4年2月7日公表）のものです。

数学Ⅱ・B

第４問（１）カ、キ、ク

長文から素早く条件を読み取り、成り立つ関係を立式する設問

出題の特徴

第4問は、歩行者と自転車が移動と停止を繰り返すという設定で、条件を満たす歩行者と自転車の位置関係を、時刻と位置についての漸化式を立式して考察する問題でした。漸化式の立式では、長文から条件を正しく読み取り、与えられた図や、太郎さんと花子さんの具体例での考察を通して数列が決まっていく規則性をつかむことが求められています。漸化式の立式さえできれば、あとは隣接2項間漸化式、階差数列型漸化式を解くという標準的な内容です。
問題の題材は現実の事象をモデル化したものであり、事象を数学的に捉えるためにグラフを使って考察しています。**条件を素早く読み取ることに比重が置かれた問題となっていて、素早くクリアできたかどうかで、問題全体のできにも影響した**と考えられます。

指導のご提案

共通テストにおいては、現実の事象における課題を数学を用いて考察する問題が出されます。この問題のように、問題文で与えられた条件から規則性を見いだして漸化式を立式したり、変数の関係に着目して方程式や関数を立式するような問題で、**条件を数学的に表現する練習を積んでおく**ことが大切です。また、**日々の演習や探究学習の中で「具体例をもとに一般化する」という思考を実践していくことで、初見の題材にも対応できる**ようになります。

教材のご紹介

大学入学共通テスト

出題の特徴と共通テスト対策指導のご提案

教材のご紹介…「2023共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B」

長文から素早く条件を読み取り、成り立つ関係を立式する設問

第3回 第4問

(1) 1, 2, 3, 4, 5 を並べて n 桁の整数をつくる。これらの n 桁の整数のうち，各位の数に 2 または 4 が偶数個含まれている整数の個数を a_n 個，奇数個含まれている整数の個数を b_n 個とする。ただし，一個も含まれていない場合は，偶数個含まれていると考え，同じ数字を繰り返し用いてもよいものとする。

$a_1=3$, $b_1=2$ であることから

$$a_2=\boxed{アイ},\quad b_2=\boxed{ウエ}$$

である。

次に，$(n+1)$ 桁の整数について考えてみよう。

$(n+1)$ 桁の整数は，n 桁の整数の右端に一つ数を付け加えたものと考えることができる。例えば，$n=3$ の場合，3 桁の整数 123 の右端に 4 を付け加えると，1234 という 4 桁の整数をつくることができる。

このことを利用すると

$$a_{n+1}=\boxed{オ}a_n+\boxed{カ}b_n \quad \cdots\cdots①$$

$$b_{n+1}=\boxed{キ}a_n+\boxed{ク}b_n \quad \cdots\cdots②$$

が成り立つ。

①，②を同時に満たす数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。

①，②の辺々を加えると

$$a_{n+1}+b_{n+1}=\boxed{ケ}(a_n+b_n)$$

となり，数列 $\{a_n+b_n\}$ は初項 $\boxed{コ}$，公比 $\boxed{ケ}$ の等比数列であるから

$$a_n+b_n=\boxed{サ}^{\boxed{シ}}$$

である。

よって，$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項は

$$a_n=\frac{\boxed{ス}^{\boxed{セ}}+\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\quad b_n=\frac{\boxed{チ}^{\boxed{ツ}}-\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$$

である。

$\boxed{シ}$, $\boxed{セ}$, $\boxed{ツ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$

(2) 0, 1, 2, 3, 4 を並べて n 桁の整数をつくる。ただし，$n \geqq 2$ のと
数は 0 ではない。

これらの n 桁の整数のうち，各位の数に 2 または 4 が偶数個含まれ
の個数を c_n 個，奇数個含まれている整数の個数を d_n 個とする。ただ
含まれていない場合は，偶数個含まれていると考え，同じ数字を繰り返
よいものとする。

このとき，$\{c_n\}$, $\{d_n\}$ の一般項を，(1)の結果を用いて求めよう。

まず　$c_1=a_1=3$, $d_1=b_1=2$ である。

$n \geqq 2$ のとき，(1)の各位の数に 2 または 4 が偶数個含まれている a_n 個の n 桁の整数において，5 をすべて 0 に置き換えると，最高位が 5 の整数は桁数が n より小さくなる。

したがって　$c_n=a_{\boxed{ナ}}-a_{\boxed{ニ}}=\boxed{ヌ}\cdot\boxed{ネ}^{\boxed{ノ}}$

同様にして　$d_n=\boxed{ハ}\cdot\boxed{ヒ}^{\boxed{フ}}$

である。

$\boxed{ナ}$, $\boxed{ニ}$, $\boxed{ノ}$, $\boxed{フ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$

誌面・収録回は2022版のものです。

つまずきやすい箇所や押さえておきたい項目についてわかりやすく整理しています。

解答解説

Point

(1)　条件を満たす整数の個数を，漸化式をつくってそれを解くことにより，求める問題である。数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が定義されており，途中，

$$a_{n+1}=\boxed{オ}a_n+\boxed{カ}b_n$$

$$b_{n+1}=\boxed{キ}a_n+\boxed{ク}b_n$$

のような漸化式をつくることが問われている。

n 桁の整数の右端に数字を 1 つ付け加えることで，$(n+1)$ 桁の整数ができ，その場合に条件を満たす整数が何個できるか。このことに着目して漸化式をつくっていく。

(2)　(1)とは使う数字が異なり，0 を含んでいる。問題文の中に「5 をすべて 0 に置き換える」という文章があり，この操作によって個数 c_n を a_n と a_{n-1} で表すことが可能になる。

この考え方に着目できれば，(1)の結果を使って，c_n, d_n を簡単に求めることができる。

定価980円（税込み）

2023版は6月発刊予定で、4月から見本請求の受け付けを開始します。