

数学Ⅱ・B

第5問 サ、シス

【出典】 問題・集計結果データともに、2022年度「第3回ベネッセ・駿台大学入学共通テスト模試」より。

見通しを立てながら知識を結び付けて解く問題で、各学力層で差がついた

階段は、点Eから平面OCDに垂直になるようにのびているとする。

図2のように点Eから平面OCDに引いた垂線と平面OCDの交点をFとし、辺CDの中点をNとする。

図形の対称性により、点Fは直線ON上にあるから、実数kを用いて、 $\overrightarrow{OF} = k\overrightarrow{ON}$ と表すことができる。このとき

$$\overrightarrow{OF} = k(\text{カ})$$

であるから

$$\overrightarrow{EF} = \left(k - \frac{1}{\text{キ}}\right)\vec{a} - \left(k + \frac{1}{\text{ク}}\right)\vec{b} + \left(\text{ケ}k - \frac{1}{\text{コ}}\right)\vec{c}$$

である。

カの解答群

- | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| ① $-\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ | ② $2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ | ③ $-\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ |
| ④ $2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ | ⑤ $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ | ⑥ $\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ |

太郎：kの値はどのようにやって求めるのかな。

花子：模型の四角錐の各辺の長さがわかっているから、その長さを用いてベクトルの計算をすると求めることができるよ。

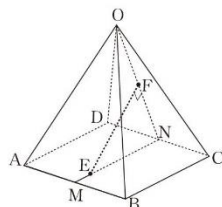


図2

いま、 $OA = OB = OC = OD = \sqrt{5}$ 、 $AB = BC = CD = DA = \sqrt{6}$ であるとすると

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \text{サ}, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = \text{シス}$$

である。

さらに、線分EFは平面OCDに垂直であるから、 \overrightarrow{EF} と \overrightarrow{OC} の内積を計算して

$$k = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

である。

太郎：昨日のテレビでは、ピラミッドの階段の途中で、ピラミッドの頂点の真下のところに王の部屋があると説明していたよ。

花子：模型の中に王の部屋も作ろうよ。ベクトルの計算をすると、王の部屋をどこに作ればよいかわかるよ。

頂点Oから底面ABCDに引いた垂線と底面ABCDの交点をHとし、直線EFと直線OHの交点をKとする。点Kが王の部屋の位置である。

点Hは正方形ABCDの対角線の交点であるから

$$\overrightarrow{OK} = \frac{\text{タ}}{\text{チ}}(\vec{a} + \vec{c})$$

である。

太郎さんと花子さんは、ベクトルを用いて、ピラミッドの模型の内部の設計をすることができた。

第5問 サ

正解率 35.8%

SS65~70 89.9%

SS60~65 75.1%

SS55~60 55.5%

SS50~55 32.8%

SS45~50 17.8%

第5問 シス

正解率 29.8%

SS65~70 82.2%

SS60~65 64.3%

SS55~60 45.2%

SS50~55 26.4%

SS45~50 14.6%

2022年度第3回ベネッセ・駿台
大学入学共通テスト模試
「数学Ⅱ・B」

受験者数: 187,494人

平均点: 50.7点

標準偏差: 18.8

サ:2 シス:-1

数学Ⅱ・B

第5問 サ、シス

見通しを立てながら知識を結び付けて解く問題で、各学力層で差がついた

結果分析

第5問の[サ]、[シス]は、図形についての複数の条件からベクトルの内積を求める問題です。既知の情報と未知の情報を見極め、未知の情報を得るためには何をすればよいか見通しを立てることがポイントでした。状況に応じて適切に知識を使いこなせたかどうかで、各学力層で差がつかしました。

[サ]、[シス]は単純な内積の計算ではなく、必要な要素を条件から求めなくてはならないため、正解率が[サ]35.8%、[シス]29.8%と低くなっています。[サ]では $\cos \angle AOB$ ($\cos \angle BOC$)、[シス]ではAC、 $\cos \angle AOC$ が必要になります。また、ベクトルの大きさを2乗することで内積を求めることもできます。

いずれの方法についても、方針を立てながら、条件に応じて知識を活用できるかどうか、知識を結び付けて考察できるかどうかで差がついたと言えます。

指導のご提案

共通テストでは、単に定理・公式を覚えているだけでなく、与えられた情報に合わせて知識を活用できるか、内積と余弦定理などの知識を関連づけて、方針を立てられるかが問われます。特に、この問題のように図形の問題では、図形の形状から必要な情報を読み取ることもポイントになります。

本番までの演習においては、既知の情報と未知の情報を見極めて方針を立てながら知識を活用する問題、図形の形状から条件を読み取る問題などに積極的に取り組み、知識を活用する力や図形を把握する力を養成していくことが大切になります。