2024大学入学共通テスト
出題分析と2025共通テストに向けた新高3生の指導

株式会社ラーンズ

数学Ⅱ・B　**第１問〔2〕(2) チ、ツ、テ、ト、ナ**

条件から何が言えるかを推論する構想力を問う設問

(2)　方程式 $S(x)=0$ は異なる二つの解 α，β をもつとする。このとき

$P(x)$ を $S(x)$ で割った余りが定数になる

ことと同値な条件を考える。

(i)　余りが定数になるときを考えてみよう。

仮定から，定数 k を用いて $U(x)=k$ とおける。このとき，$\boxed{チ}$。

したがって，余りが定数になるとき，$\boxed{ツ}$ が成り立つ。

$\boxed{チ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　$P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

①　$P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

②　$S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

③　$P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

$\boxed{ツ}$ の解答群

⓪　$T(\alpha)=T(\beta)$	①　$P(\alpha)=P(\beta)$
②　$T(\alpha)\neq T(\beta)$	③　$P(\alpha)\neq P(\beta)$

(ii)　逆に $\boxed{ツ}$ が成り立つとき，余りが定数になるかを調べよう。

$S(x)$ が2次式であるから，m，n を定数として $U(x)=mx+n$ とおける。$P(x)$ を $S(x)$，$T(x)$，m，n を用いて表すと，$P(x)=\boxed{テ}$ となる。この等式の x に α，β をそれぞれ代入すると $\boxed{ト}$ となるので，$\boxed{ツ}$ と $\alpha\neq\beta$ より $\boxed{ナ}$ となる。以上から余りが定数になることがわかる。

$\boxed{テ}$ の解答群

⓪　$(mx+n)S(x)T(x)$	①　$S(x)T(x)+mx+n$
②　$(mx+n)S(x)+T(x)$	③　$(mx+n)T(x)+S(x)$

$\boxed{ト}$ の解答群

⓪　$P(\alpha)=T(\alpha)$　かつ　$P(\beta)=T(\beta)$
①　$P(\alpha)=m\alpha+n$　かつ　$P(\beta)=m\beta+n$
②　$P(\alpha)=(m\alpha+n)T(\alpha)$　かつ　$P(\beta)=(m\beta+n)T(\beta)$
③　$P(\alpha)=P(\beta)=0$
④　$P(\alpha)\neq 0$　かつ　$P(\beta)\neq 0$

$\boxed{ナ}$ の解答群

⓪　$m\neq 0$	①　$m\neq 0$　かつ　$n=0$
②　$m\neq 0$　かつ　$n\neq 0$	③　$m=0$
④　$m=n=0$	⑤　$m=0$　かつ　$n\neq 0$
⑥　$n=0$	⑦　$n\neq 0$

どの条件から何が言えるのかを正しく推論することが求められています。また、チ、ツにおいては、論理的な構想力が問えるように選択肢も工夫されています。

チ：3　ツ：1　テ、ト：1、1　ナ：3

2024年度大学入学共通テスト「数学Ⅱ・B」
受験者数：　312,255人
平均点：　57.74点
標準偏差：　20.67

【出典】 問題は2024年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和6年度大学入学共通テスト 実施結果の概要」（2024年2月5日報道発表）より。

数学Ⅱ・B

第１問〔2〕(2) ク、ケ

条件から何が言えるかを推論する構想力を問う設問

出 題 の 特 徴

第Ｉ問〔2〕は、3次以上の多項式を2次式で割ったときの余りが定数になることと同値な条件を考察する問題。(2)では、与えられた条件と同値な条件を導出する過程について考察できるかどうかが問われました。
仮定から何の条件が成り立ち、どのように推論していくことができるかを正しく表現することができるかどうかがポイントでした。

2025共通テストに向けて

共通テストでは、この問題のように、考察した結果だけでなく、基本的な推論を正しく組み立てる構想力も求められます。また、数学Ｉ・Aの数と式（集合と命題）からの出題に限らず、同値な条件を正しく議論できるかどうかは数学全般で求められます。**問題の展開構成や考察過程から言えることが必要条件なのか必要十分条件なのかを常に意識して解き進めることが大切になります**。
日々の問題演習においては、結果の正誤を確認するだけではなく、他者の考えた解法を理解したり、求めようとしている条件が必要条件なのか必要十分条件なのかを確認しながら演習を進めることで、論理的に考えられる力を積み上げていきたいです。

教材のご紹介

2024大学入学共通テスト
出題分析と2025共通テストに向けた新高3生の指導

教材のご紹介…「2025共通テスト対策【実力養成】重要問題演習　数学」

条件から何が言えるかを推論する構想力を問う設問

第53問

53　難易度 ★★☆　目標解答時間 15分　SELECT 90　SELECT 60

太郎さんと花子さんのクラスでは，次の問題が宿題で出された。

問題
x の整式 $P(x)$ を x^2+x+1 で割ると $2x$ 余り，$x-1$ で割ると
このとき，$P(x)$ を x^3-1 で割ったときの余りを求めなさい。

太郎さんと花子さんは問題について会話をしている。

太郎：まず，問題の内容を式で表す必要があるね。
$P(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの商を $Q_1(x)$ とすると
$P(x)=(x^2+x+1)Q_1(x)+2x$ ……①
また，$P(x)$ を $x-1$ で割ったときの商を $Q_2(x)$ とすると
$P(x)=(x-1)Q_2(x)+8$ ……②
と表されるね。
花子：同じように，$P(x)$ を x^3-1 で割ったときの商を $Q_3(x)$，
$P(x)=\boxed{ア}Q_3(x)+R(x)$ ……③
と表されるね。

$\boxed{ア}$の解答群

⓪ $(x-1)(x^2+x+1)$　① $(x-1)(x^2-x+1)$
② $(x+1)(x^2+x+1)$　③ $(x+1)(x^2-x+1)$

太郎：余りの $R(x)$ については，$R(x)$ は最大で$\boxed{イ}$次の整
花子：②から，$P(1)=\boxed{ウ}$ になることはわかるけど，この
太郎：x^2+x+1 は実数の範囲で因数分解できないから，なかな
花子：私は①の商 $Q_1(x)$ について考察してみるね。
太郎：それなら，③の余り $R(x)$ について考察してみるよ。

$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$に当てはまる数を求めよ。

以下，花子さんの考えた方針と解答，太郎さんの考えた方針と解答である。

花子さんの方針
$Q_1(x)$ を x の式で表して①に代入する。

花子さんの解答
①より　$P(1)=\boxed{エ}Q_1(1)+\boxed{オ}$
$P(1)=\boxed{ウ}$ であるから　$Q_1(1)=\boxed{カ}$
これより，$Q_1(x)$ を $x-1$ で割ったときの商を $Q_4(x)$ とすると　$Q_1(x)=\boxed{キ}$ と表される。
これを①に代入して，求める余りは$\boxed{ク}x^2+\boxed{ケ}x+\boxed{コ}$である。

$\boxed{エ}$～$\boxed{カ}$，$\boxed{ク}$～$\boxed{コ}$に当てはまる数を求めよ。

$\boxed{キ}$の解答群

⓪ $(x-1)Q_4(x)+1$　① $(x-1)Q_4(x)+2$
② $(x-1)Q_4(x)+4$　③ $(x-1)Q_4(x)+8$

太郎さんの方針
余り $R(x)$ を工夫する。
このとき，x^3-1 は x^2+x+1 を因数にもつので，$\boxed{サ}$ことに注意する。

$\boxed{サ}$については，最も適当なものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $P(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りと $R(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りは等しい
① $P(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りと $Q_3(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りは等しい
② $Q_3(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りと $R(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの余りは等しい

太郎さんの解答
$R(x)$ は最大で$\boxed{イ}$次の整式であり，$\boxed{サ}$ことより，定数 a を用いて
$R(x)=a(x^2+x+1)+\boxed{シ}x$
と表される。
すなわち，③は
$P(x)=\boxed{ア}Q_3(x)+a(x^2+x+1)+\boxed{シ}x$
また，$P(1)=\boxed{ウ}$ であるから　$a=\boxed{ス}$
よって，求める余りは$\boxed{ク}x^2+\boxed{ケ}x+\boxed{コ}$である。

$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$に当てはまる数を求めよ。　(配点　15)

解答解説

問題文のどこに着目して構想を立てればよいかを、STEPで解説しています。

こう解く！

STEP 1　与えられた条件を，整式の除法で成り立つ関係式で表そう
整式 P を整式 A で割ったときの商を Q，余りを R とすると
$P=AQ+R$
$R=0$ または
(Rの次数)＜(Aの次数)
このことを利用する。

STEP 2　2人の解法の構想を把握しよう
花子さんは「$x-1$ で割ると8余ることを①の式に当てはめるとどうなるか」，太郎さんは「$R(x)$ を x^2+x+1 で割ると余りがどうなるか」に着目して，方針を立てている。これらの構想の立て方を整理する。

別冊付録
「公式・解法集」

定価1,060円（税込み）

STEP形式の解説で「構想力」を高め、3年生2学期からの本格的な実戦演習へ

「2025共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B・C」（2024年6月発刊）

数学Ⅱ・B　**第２問(2) タ、チ、ツ**

定義・定理・公式の理解の質を問う設問

(2)　$0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を S_1，$1 \leqq x \leqq m$ の範囲で，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき，$S_1=$ $\boxed{セ}$，$S_2=$ $\boxed{ソ}$ である。

$S_1=S_2$ となるのは $\boxed{タ}$ $=0$ のときであるから，$S_1=S_2$ が成り立つような $f(x)$ に対する関数 $y=S(x)$ のグラフの概形は $\boxed{チ}$ である。また，$S_1>S_2$ が成り立つような $f(x)$ に対する関数 $y=S(x)$ のグラフの概形は $\boxed{ツ}$ である。

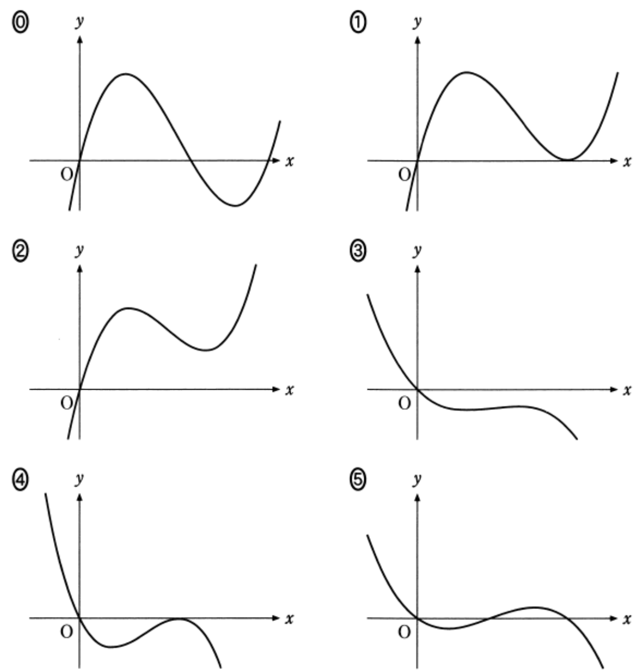
$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\int_0^1 f(x)\,dx$	① $\int_0^m f(x)\,dx$	② $\int_1^m f(x)\,dx$
③ $\int_0^1 \{-f(x)\}\,dx$	④ $\int_0^m \{-f(x)\}\,dx$	⑤ $\int_1^m \{-f(x)\}\,dx$

$\boxed{タ}$ の解答群

⓪ $\int_0^1 f(x)\,dx$	① $\int_0^m f(x)\,dx$
② $\int_1^m f(x)\,dx$	③ $\int_0^1 f(x)\,dx - \int_0^m f(x)\,dx$
④ $\int_0^1 f(x)\,dx - \int_1^m f(x)\,dx$	⑤ $\int_0^1 f(x)\,dx + \int_0^m f(x)\,dx$
⑥ $\int_0^m f(x)\,dx + \int_1^m f(x)\,dx$	

$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。



タ：1　チ：1　ツ：2

2024年度大学入学共通テスト
「数学Ⅱ・B」
受験者数：　312,255人
平均点：　57.74点
標準偏差：　20.67

【出典】 問題は2024年度大学入学共通テスト（本試験）より。データは「令和6年度大学入学共通テスト 実施結果の概要」（2024年2月5日報道発表）より。

数学Ⅱ・B

第２問⑵ タ、チ、ツ

定義・定理・公式の理解の質を問う設問

出　題　の　特　徴

第2問は、2次関数y=f(x)と定積分で表された関数y=S(x)のグラフの関係を考察する問題。
⑵では、定積分で表された関数と面積との関係を押さえたうえで、⑴の考察結果を利用して、関数y=S(x)のグラフの特徴をつかむことが求められました。**微分法と積分法の関係や定積分と面積の関係は基礎的ですが、正しく理解して問題の条件に応じて適切に活用することができるかどうかは深い理解が必要**です。

2025共通テストに向けて

共通テストでは、定義や定理・公式などの基礎事項の理解の質が問われます。この問題のように、**定積分と面積の関係や、微分係数の定義、三角関数や弧度法の定義などの基礎は、抽象的な議論や発展的な考察において重要になることがあり、覚えるだけではなく、活用できる知識となっているかどうかが大切**です。
日々の学習において教科書の内容を振り返ることや、演習問題の結果を文字で一般化・抽象化したり、他の分野との関係を押さえることなどにより、定義・定理・公式などの基礎事項の理解を深めておきたいです。

教材のご紹介

2024大学入学共通テスト
出題分析と2025共通テストに向けた新高3生の指導

株式会社ラーンズ

教材のご紹介…「共通テスト対策【実力養成】基礎徹底演習 数学」

定義・定理・公式の理解の質を問う設問　第69問

69　難易度 ★☆　目標解答時間 6分

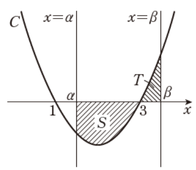
関連する 基本問題▼

〔1〕 $1<\alpha<3$, $3<\beta$ とする。放物線 C：$y=x^2-4x+3$ について，右の図のように $\alpha \leqq x \leqq \beta$ において

　C と x 軸，直線 $x=\alpha$ で囲まれた図形の面積を S

　C と x 軸，直線 $x=\beta$ で囲まれた図形の面積を T

とする。このとき，$\int_{\alpha}^{\beta}(x^2-4x+3)\,dx=$ $\boxed{ア}$ である。 ➡119



$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ $S+T$	① $S-T$	② $-S+T$	③ $-S-T$

〔2〕 $\int_0^4|x-2|\,dx=$ $\boxed{イ}$ である。 ➡119

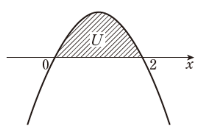
行き詰ったら、基本問題で確認することができます。

$\boxed{イ}$ の解答群

⓪ $\int_0^4(x-2)\,dx$	① $2\int_0^2(x-2)\,dx$	② $\int_0^4(2-x)\,dx$	③ $2\int_0^2(2-x)\,dx$

〔3〕 右の図のように，放物線 $y=-x(x-2)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を U とする。このとき，

$\int_2^4(x-2)(x-4)\,dx=$ $\boxed{ウ}$ である。 ➡119



$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ U	① $-U$	② $U-2$	③ $-U-2$

（配点　5）

◀公式・解法集 91

「問題演習編」の問題には、別冊「公式・解法集」の関連する項目番号を示しています。「公式・解法集」で公式の意味を理解したり、深めたりしながら演習することができます。

解答解説

こう解く！

69 定積分と面積

〔1〕 $f(x)=x^2-4x+3$ とおくと

$$S=-\int_{\alpha}^{3}f(x)\,dx,\quad T=\int_{3}^{\beta}f(x)\,dx \quad \leftarrow \text{A}$$

であるから

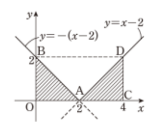
$$\int_{\alpha}^{\beta}(x^2-4x+3)\,dx=\int_{\alpha}^{3}f(x)\,dx+\int_{3}^{\beta}f(x)\,dx \quad \leftarrow \text{B}$$

$$=-S+T \quad (\overset{ア}{②})$$ 1

〔2〕 $y=|x-2|$ とすると

$$y=\begin{cases} x-2 & (x \geqq 2) \\ -(x-2) & (x<2) \end{cases} \quad \leftarrow \text{C}$$

よって，$y=|x-2|$ のグラフは，右図のようになり，$\int_0^4|x-2|\,dx$ は斜線部分の面積を表す。右図のように点A，B，C，Dをとると



$$\int_0^4|x-2|\,dx=\triangle\mathrm{OAB}+\triangle\mathrm{ACD}$$

ここで，$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{ACD}$ だから

$$\int_0^4|x-2|\,dx=2\triangle\mathrm{OAB}$$

$$=2\int_0^2(-x+2)\,dx$$

$$=2\int_0^2(2-x)\,dx \quad (\overset{イ}{③})$$ 2

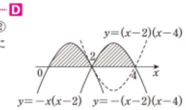
〔3〕 $y=-x(x-2)$ ……①とおく。

①を x 軸方向に2だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$$y=-(x-2)\{(x-2)-2\} \quad \leftarrow \text{D}$$

すなわち　$y=-(x-2)(x-4)$ ……②

②と x 軸で囲まれた図形の面積は U に等しいから



$$U=\int_2^4\{-(x-2)(x-4)\}\,dx$$

である。よって

$$\int_2^4(x-2)(x-4)\,dx=-\int_2^4\{-(x-2)(x-4)\}\,dx=-U \quad (\overset{ウ}{①})$$ 2

A 曲線と x 軸の間の面積

$a \leqq x \leqq b$ の範囲で $g(x) \leqq 0$ とする。$y=g(x)$ のグラフと x 軸，および2直線 $x=a$, $x=b$ で囲まれた図形の面積 S は

$$S=-\int_a^b g(x)\,dx$$

B 定積分の性質

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx$$

C

$a \geqq 0$ のとき　$|a|=a$

$a<0$ のとき　$|a|=-a$

つまずきやすい事柄や解法の行間を確認することができます。

D

関数 $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動すると

$y=f(x-p)$

のグラフになる。

Point

定積分と面積の関係が正しく理解できているかが問われている。定積分を用いて曲線で囲まれた部分の面積を求めるとき，x 軸との位置関係やグラフどうしの位置関係をとらえながら計算をしていくことが大切である。

求められる力

数学的表現力

定積分と面積の関係について，目的に応じて数学的に正しく表現することができる。

解法のカギや注意すべき点などを「POINT」で押さえられます。

定価1,060円（税込み）

別冊付録
「公式・解法集」

解答解説と「公式・解法集」で定理・公式の理解の質を高め、3年生2学期からの本格的な実戦演習へ

「2025共通テスト対策【実力完成】直前演習　数学Ⅱ・B・C」（2024年6月発刊）